به نام خدا

مکانیک سیالات

طاهره کاظمی

جریان لزج و هیدرولیک لوله ها

در فصل های قبل اغلب فرض ما بر این بود که سیال بدون اصطکاک بوده و تلفات آن برابر صفر است. با بعضی وقت ها تلفات در نظر می گرفتیم ولی به علت آن توجهی نمی کردیم. در این فصل به بررسی سیال واقعی می پردازیم.

موضوعاتی که در این فصل به آن می پردازیم:

۱- مفاهیم و تعاریف مربوط به رژیم جریان

۲- هیدرولیک لوله ها (تنش برشی، جریان آرام در لوله ها و سیتم های چندلوله ای)

۳- جریان بین صفحات موازی

۴- نیروی مقاومت سیال(نیروهای دراگ و لیفت)

مفاهیم و تعاریف مربوط به رژیم جریان

الف) جریان آرام و آشفته:

چنانچه هر لایه سیال به آرامی بر روی لایه مجاور خود بلغزد و لایه های سیال به موازات هم حرکت کنند، جریان سیال، آرام نامیده می شود. در این حالت بین لایه های سیال فقط تبادل مومنتم مولکولی وجود دارد و هرگونه تمایلی به آشفتگی و ناپایدار شدن جریان، توسط تنش های برشی لزجی مستهلک می شود.

حال اگر جریان سیال ناپایدار شود و لایه ها به موازات یکدیگر حرکت نکنند، در آن صورت جریان آرام به جریان آشفته تبدیل می شود. در این حالت تبادل مومنتم شدیدی بین ذرات وجود خواهد داشت. لذا علاوه بر کمیت های مواکولی، کمیت های ناشی از تلاطم نیز ظاهر می شوند که خواص آن ها، ده ها هزار برابر کمیت های مولکولی است. کمیت های ناشی از تلاطم، کمیت های گردابی نامیده می شوند. برای مثال لزجت گردابی (η) یک کمیت گردابی است که بستگی به آشفتگی جریان و جرم مخصوص سیال دارد.

ب) عدد رینولدز و تشخیص رژیم جریان:

عدد رینولدز نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجی است.

۱- اگر $R_e \leq 2000$ باشد، جریان آرام است.

۲- اگر $2000 < R_e \leq 4000$ باشد، جریان در وضعیت عبوری قرار دارد یعنی در مرحله تبدیل از حالت آرام به آشفته است. در این حالت، سیستم ناپایدار است و کوچک ترین اغتشاشی در سیستم، خطوط جریان را منحرف کرده و جریان از آرام به آشفته تبدیل می شود.

۳- اگر $R_e \geq 4000$ باشد، جریان سیال آشفته خواهد بود.

نکته: مقدار $R_e = 2000$ را عدد رینولدز بحرانی می گویند.

نکته: در حالت کلی، جریان آرام فقط در مواقعی وجود دارد که لزجت سیال بسیار بالا یا سرعت آن بسیار کم است. در سایر موارد، جریان سیال به صورت آشفته است.

ج) جریان های داخلی و خارجی:

جریان ها بر اساس وسعت میدان به دو دسته داخلی و خارجی تقسیم می شوند. جریان داخلی مانند جریان در داخل لوله ها، به جریان سیال در یک ناحیه "محصور شده" گفته می شود، حال آنکه جریان خارجی به جریان سیال در یک ناحیه "نامحصور" اطلاق می شود. جریان در اطراف بال هواپیما یا قایلق، نمونه ای ز جریان های خارجی است.

د) لایه مرزی:

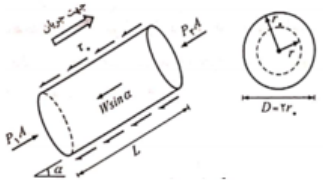
حرکت سیال واقعی به شدت متأثر از حضور مرز جامد است. اگر جسم ساکنی در معرض جریان قرار گرفته باشد، سرعت سیال روی مرزهای آن صفر خواهد بود. پس می توان گفت میزان سرعت از صفر در روی مرزهای جامد تا سرعت قابل توجه در قشرهای انتهایی تغییر می کند. در این حالت گرادیان سرعت بزرگی در مجاورت مرز جامد ایجاد می شود که خود سبب تولید تنش برشی است. ناحیه ای از جریان را که در آن سرعت سیال متأثر از تنش برشی مرز است، "لایه مرزی" می گوییم.

هیدرولیک لوله ها

- تنش برشی در لوله های تحت فشار:

بررسی محاسبه تنش برشی در لوله مدور با جریان دائم، تراکم ناپذیر و یکنواخت.

ابتدا قطعه ای از لوله به طول L را در نظر می گیریم و مطابق شکل، نیروهای وارد بر سیال درون آن را رسم می کنیم:



با نوشتن معادله مومنتم (در امتداد جریان) برای حجم کنترل در داخل لوله خواهیم داشت:

$$\sum F = \rho Q(V_2 - V_1) \xrightarrow[V_1 = V_2]{\text{جریان یکنواخت}} \sum F = 0 \;\Rightarrow\; P_1 A - W\sin\alpha - P_2 A - \tau_0(\pi DL) = 0$$

$$\Rightarrow\; (P_1 - P_2)A - \gamma AL\sin\alpha = \pi\tau_0 DL$$

حل معادله برنولی را برای مرکز مقاطع (۱) و (۲):

$$\frac{P_1}{\gamma} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H_{(1-2)}$$

می دانیم $V_1 = V_2$ است و $Z_2 - Z_1 = L\sin\alpha$. پس به دست می آید:

$$\left(\frac{P_1 - P_2}{\gamma}\right) - L\sin\alpha = \Delta H \;\Rightarrow\; (P_1 - P_2)A - \gamma AL\sin\alpha = \Delta H\,\gamma A$$

با مقایسه روابط به دست آمده از معادلات مومنتم و برنولی نتیجه می شود که:

$$\Delta H\,\gamma A = \pi\tau_{\circ} DL \;\Rightarrow\; \Delta H\,\gamma\left(\frac{\pi D^{2}}{4}\right) = \pi\tau_{\circ} DL \;\Rightarrow\; \tau_{\circ} = \frac{\Delta H}{L}\left(\frac{\gamma D}{4}\right)$$

پس با توجه به اینکه $D = 2r_0$ است، خواهیم داشت:

$$\boxed{\tau_{\circ} = \frac{\Delta H\,\gamma D}{4L} = \frac{\Delta H\,\gamma r_{\circ}}{2L}}$$

در رابطه بالا τ_0 تنش برشی روی جداره لوله، ΔH میزان افت انرژی ناشی از اصطکاک در طول $\mathbf{L}$ از لوله، γ وزن مخصوص سیال، $\mathbf{D}$ قطر لوله و r_0 شعاع لوله است.

نکته: رابطه بالا برای هر دو نوع رژیم جریان (آشفته و آرم) صادق است.

نکته: اگر لوله مدور به صورت افقی باشد، در آن صورت خواهیم داشت:

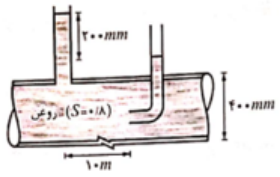
$$z_1 = z_2 \;\Rightarrow\; \Delta H\,\gamma = \Delta P \;\Rightarrow\; \boxed{\tau_{\circ} = \frac{\Delta P}{L}\left(\frac{D}{4}\right)}$$

نکته: در جریان آرام در یک لوله مدور، ثابت می شود که توزیع تنش برشی به صورت خطی است. در این حالت چنانچه فاصله یک نقطه دلخواه سیال از محور هندسی لوله را با $\mathbf{r}$ نشان دهیم، در آن صورت تنش برشی در این نقطه برابر است با:

$$\boxed{\tau = \frac{\gamma \Delta H r}{2L} = \tau_{\circ}\left(\frac{r}{r_{\circ}}\right)}$$

در رابطه بالا نتیجه می شود که مقادیر حداکثر و حداقل تنش برشی به ترتیب در جداره ها ($r_0 = r$ و $\tau_0 = \tau_{max}$) و در محور هندسی لوله ($\mathbf{r=0}$, $\tau_{min} = 0$) به دست می آیند.

مثال ۱: اگر دبی عبوری از لوله نشان داده شده در شکل $\mathbf{lit/s}$ ۱۲۰ باشد، تنش برشی وارد بر جداره لوله و نیز تنش برشی در فاصله ۷۵ میلیمتری از محور لوله چقدر است؟ $\left(\pi \approx 3, g = 10\ m/s^{2}, \mu = 0/2\ Pa.s\right)$



روی محور لوله نقاط ۱ و ۲ را به ترتیب زیر پیزومتر و در دهانه ورودی لوله پیتو در نظر می گیریم.

با نوشتن معادله برنولی بین این دو نقطه داریم:

$$\frac{P_1}{\gamma} + 0 + \frac{V_1^{2}}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + 0 + 0 + \Delta H \;\Rightarrow\; \Delta H = \frac{\Delta P}{\gamma} + \frac{V_1^{2}}{2g}$$

$$\begin{cases} V_1 = \dfrac{Q}{A} = \dfrac{120\times10^{-3}}{\left(\frac{\pi\times 0/4^{2}}{4}\right)} = 1\ m/s \\ \dfrac{\Delta P}{\gamma} = 200\ mm = 0/2\ m \end{cases} \Rightarrow\; \Delta H = 0/2 + \frac{1^{2}}{2\times10} = 0/25\ m$$

مقدار تنش برشی در جدار لوله برابر است با:

$$\tau_{\circ} = \frac{\Delta H\,\gamma D}{4L} = \frac{0/25\times10\times0/8\times0/4}{4\times10} = 0/02\ kPa = 20\ Pa$$

جریان در لوله آرام است، زیرا:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{۸۰۰ \times ۱ \times ۰/۴}{۰/۲} = ۱۶۰۰ < ۲۰۰۰$$

از این رو تنش برشی در فاصله $r = 75\ mm$ از محور لوله برابر است با:

$$\tau = \tau_0 \left(\frac{r}{r_0}\right) = ۲۰ \times \left(\frac{۷۵}{۲۰۰}\right) = ۷/۵\ Pa$$

- جریان آرام در لوله های تحت فشار:

الف) پروفیل سرعت:

تنش برشی در فاصله r از محور یک لوله دایره ای طبق رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\tau = -\mu \frac{du}{dr}$$

و داریم:

$$-\mu \frac{du}{dr} = \frac{\Delta H\, \gamma r}{۲ L} \Rightarrow du = -\frac{\Delta H\, \gamma r}{۲ \mu L} \cdot dr$$

از طرفین رابطه بالا از r=r و u=u تا $r = r_0$ و u=0 انتگرال م یگیریم تا پروفیل سرعت به دست آید:

$$u\Big|_{u}^{0} = -\frac{\Delta H\, \gamma r^{۲}}{۴ \mu L}\Big|_{r}^{r_0} \Rightarrow \boxed{u = \frac{\Delta H\, \gamma}{۴ \mu L}(r_0^{۲} - r^{۲})}$$

نکته: رابطه بالا نشان می دهد که در جریان آرام، توزیع سرعت در لوله مدور به صورت سهمی گون است. مقدار سرعت حداکثر در مرکز لوله یعنی r=0 رخ می دهد و به صورت زیر بیان می شود:

$$\boxed{u_{max} = \frac{\Delta H\, \gamma r_0^{۲}}{۴ \mu L} = \frac{\Delta H\, \gamma D^{۲}}{۱۶ \mu L}}$$

داریم:

$$u = \frac{\Delta H\, \gamma\, r_0^2}{4\,\mu L}\left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right) \Rightarrow \boxed{u = u_{max}\left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)}$$

در جریان آرام سیال در لوله های مدور، سرعت متوسط نصف سرعت ماکزیمم است، بنابراین می توان نوشت:

$$V = \frac{u_{max}}{2} \Rightarrow \boxed{V = \frac{\Delta H\, \gamma\, r_0^2}{8\,\mu L} = \frac{\Delta H\, \gamma D^2}{32\,\mu L}}$$

ب) دبی جریان:

$$Q = V \cdot A = \left(\frac{\Delta H\, \gamma D^2}{32\,\mu L}\right)\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) \Rightarrow \boxed{Q = \frac{\pi\, \Delta H\, \gamma D^4}{128\,\mu L}}$$

ج) افت انرژی ناشی از اصطکاک (رابطه هاگن-پوازی):

$$V = \frac{\Delta H\, \gamma D^2}{32\,\mu L} \Rightarrow \boxed{\Delta H = \frac{32\,\mu V L}{\gamma D^2}}$$

مثال ۲: آب با سرعت ۵۰ cm/s در لوله ای به قطر ۲ mm جریان دارد. اگر ویسکوزیته آب $0.8 \times 10^{-3} pa.s$ باشد، تنش برشی در دیواره لوله و در فاصله ۰.۵ mm از مرکز لوله را به دست آورید.

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1000 \times 0/5 \times 0/002}{0/8 \times 10^{-3}} = 1250 < 2000$$

جریان آرام است.

$$\tau_0 = \frac{\Delta H\, \gamma D}{4 L} \quad , \quad \Delta H = \frac{32\,\mu V L}{\gamma D^2} \Rightarrow \boxed{\tau_0 = 8\,\mu\left(\frac{V}{D}\right)}$$

$$\tau_0 = (8) \times (0/8 \times 10^{-3})\left(\frac{0/5}{0/002}\right) = 1/6\ Pa$$

$$\tau = \tau_0\left(\frac{r}{r_0}\right) = 1/6 \times \left(\frac{0/5}{1}\right) = 0/8\ Pa$$

نکته: در لوله های افقی $\Delta H\gamma = \Delta P$ است. بنابراین در جریان آرام سیال، اگر لوله مدور به صورت افقی قرار گیرد، در آن صورت در کلیه روابط مربوطه به جای $\Delta H\gamma$ از ΔP استفاده می شود.

نکته: توان تلف شده جریان (تلفات در واحد زمان) در حالت کلی از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\text{تلف توان شده} = \int_{\forall} \tau\left(\frac{du}{dy}\right) d\forall = \gamma Q \Delta H$$

برای جریان آرام (از جمله در لوله ها) با توجه به این که $\tau = \mu\frac{du}{dy}$ است، می توان نوشت:

$$\text{تلف توان شده} = \int_{\forall} \mu\left(\frac{du}{dy}\right)^2 d\forall = \int_{\forall} \frac{\tau^2}{\mu} d\forall$$

مثال ۳: در یک لوله افقی به قطر ۲ cm، گیسیرین با ویسکوزیته ۰.۱۸ pa.s و دانسیته ۱۳۵۰ kg/m3 جریان دارد. افت فشار در واحد طول لوله ۱۲۰kpa/m است. دبی جریان را به دست آورید؟

ابتدا فرض می کنیم جریان آرام است:

$$Q = \frac{\pi \Delta P D^4}{128\,\mu L} = \frac{\pi D^4}{128\,\mu}\left(\frac{\Delta P}{L}\right) = \frac{\pi \times 0/02^4}{128 \times 0/18} \times \left(120 \times 10^3\right) = 2/5 \times 10^{-3}\ m^3/s = 2/5\ lit/s$$

حال صحت اولیه را بررسی می کنیم:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{2/5 \times 10^{-3}}{\left(\frac{\pi \times 0/02^2}{4}\right)} = \frac{25}{3}\ m/s$$

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1350 \times \frac{25}{3} \times 0/02}{0/18} = 1250$$

همانطور که ملاحظه می شود عدد رینولدز کوچکتر از ۲۰۰۰ است، یعنی فرض اولیه ما مبتنی بر آرام بدن جریان صحیح بوده است.

- افت انرژی در لوله های تحت فشار:

افت انرژی بین دو نقطه از جریان یک سیال حقیقی را می توان طبق رابطه برنولی، به صورت زیر به دست آورد:

$$\Delta H = \left(\frac{P_1 - P_2}{\gamma}\right) + \left(\frac{V_1^2 - V_2^2}{2g}\right) + (z_1 - z_2)$$

علت افت انرژی در رابطه بالا را باید در عوامل زیر جستجو کرد:

۱-وجود اصطکاک بین ذرات سیال در اثر وجود لزجت

۲- وجود اصطکاک بین ذرات سیال و جدار لوله یا کانال هدایت سیال

۳- وجود جریان های گردابی در مسیر جریان به دلیل تغییر سریع مقطع که منجر به ایجاد حرکت های نامنظم در سیال می شود.

۴- وجود اتصالات نظیر شیرفلکه، خم ها (زانویی) و غیره در مسیر جریان

اگر اتلاف انرژی در اثر وجود اصطکاک باشد، به آن افت انرژی طولی (ΔH_T یا h_f) می گویند. ولی چنانچه تغییر ناگهانی مقطع یا تغییر امتداد مسیر جریان سبب اتلاف انرژی شود، در آن صورت افت انرژی موضعی (ΔH_C یا h_m) خواهیم داشت. بنابراین می توان گفت: در حالت کلی افت انرژی، مجموع دو افت طولی و موضعی است:

$$\Delta H = \Delta H_T + \Delta H_C$$

الف) افت انرژی طولی:

با استفاده از آنالیز ابعادی می توان نشان داد که افت انرژی طولی (ΔH_T) در لوله های تحت فشار، برابر است با:

$$\Delta H_T = f \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

در رابطه بالا که به معادله دارسی-وایسباخ معروف است، V سرعت جریان در لوله، D قطر لوله، L طولی از لوله که در آن افت ΔH_T رخ داده است و f ضریب اصطکاک دارسی-وایسباخ می باشد. g نیز شتاب ثقل است.

نکته ۱: معادله دارسی-وایسباخ افت انرژی طولی در لوله ها برای هر دو رژیم آرام و آشفته نشان می دهد.

نکته۲: معادله دارسی-وایسباخ را میتوان بر حسب دبی جریان، به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{cases} \Delta H_T = f \dfrac{L}{D} \cdot \dfrac{V^2}{2g} \\ V = \dfrac{Q}{A} = \dfrac{Q}{\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)} \end{cases} \Rightarrow \Delta H_T = \frac{8}{g\pi^2}\left[\frac{fLQ^2}{D^5}\right] = \frac{fLQ^2}{12.1D^5}$$

محاسبه f

الف- جریان آرام:

$$\begin{cases} \Delta H_T = \dfrac{۳۲\mu VL}{\gamma D^۲} & \text{(معادلهٔ هاگن - پوازی)} \\ \Delta H_T = f\dfrac{L}{D}\cdot\dfrac{V^۲}{۲g} & \text{(معادلهٔ دارسی - ویسباخ)} \end{cases} \longrightarrow \quad \frac{۳۲\mu VL}{\gamma D^۲} = f\frac{L}{D}\cdot\frac{V^۲}{۲g} \Rightarrow f = \frac{۶۴\mu}{\rho VD}$$

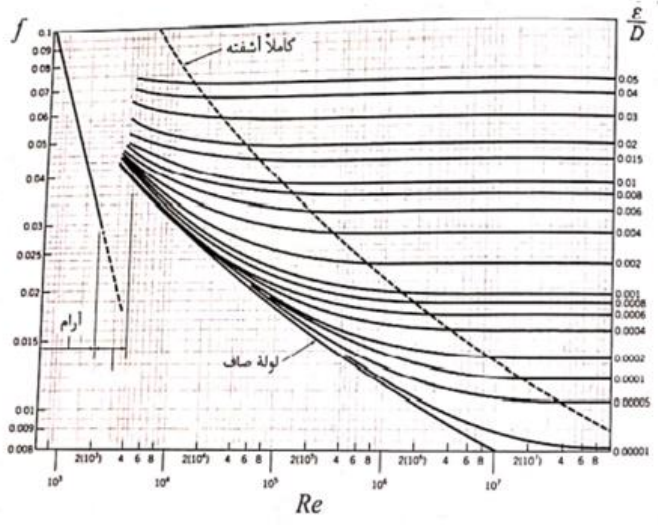
$$Re = \frac{\rho VD}{\mu} \Rightarrow f = \frac{۶۴\mu}{\rho VD} \Rightarrow \boxed{f = \frac{۶۴}{Re}}$$

ب- جریان آشفته:

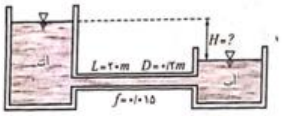
$$\boxed{f = \frac{۰/۳۱۶}{Re^{۰/۲۵}}}$$

این رابطه تجربی تا اعداد رینولدز 10^5 اعتبار دارد.

و یا می توان با داشتن مقدار $\frac{\varepsilon}{D}$ و عدد رینولدز، با استفاده از دیاگرام مودی این ضریب را محاسبه کرد.



مثال ۴: در شکل مقابل، $\frac{f}{D}\cdot\frac{V^2}{2g}$ برابر ۰.۰۷۵ است. اگر از افت های موضعی صرف نظر شود، مطلوب است تعیین :



الف) مقدار ارتفاع H

ب) تنش برشی روی جدار لوله

ج) دبی جریان عبوری از لوله

ابتدا مقدار ΔH را محاسبه می کنیم:

$$\Delta H=\Delta H_T=f\frac{L}{D}\cdot\frac{V^2}{2g}\Rightarrow\frac{\Delta H}{L}=\frac{f}{D}\cdot\frac{V^2}{2g}=0/075\Rightarrow\Delta H=0/075\times20=1/5\ m$$

الف) با نوشتن معادله برنولی بین دو نقطه ای که در بالادست و پایین دست جریان، روی سطح آزاد آب قرار گرفته اند، نتیجه می شود که:

$$\frac{P_1}{\gamma}+z_1+\frac{V_1^2}{2g}=\frac{P_2}{\gamma}+z_2+\frac{V_2^2}{2g}+\Delta H_{(1-2)}\longrightarrow H=\Delta H=1/5\ m$$

ب)

$$\tau_0=\frac{\Delta H\gamma D}{4L}=\frac{1/5\times10000\times0/2}{4\times20}=37/5\ Pa$$

ج)

$$\Delta H=\frac{8fLQ^2}{\pi^2gD^5}\Rightarrow1/5=\frac{8\times0/015\times20\times Q^2}{10\times10\times0/2^5}\Rightarrow Q=\frac{\sqrt{2}}{10}\ m^3/s=100\sqrt{2}\ lit/s$$

نکته: تنش برشی روی جداره لوله (τ_0) را می توان براساس ضریب اصطکاک f، به صورت زیر نیز محاسبه کرد:

$$\begin{cases}\tau_0=\dfrac{\gamma\Delta H_T D}{4L}\\ \Delta H_T=f\dfrac{L}{D}\dfrac{V^2}{2g}\end{cases}\longrightarrow\tau_0=f\left(\frac{\rho V^2}{8}\right)$$

رابطه بالا در جریان آرام، با احتساب $f=\frac{64\mu}{\rho VD}$ برابر می شود با:

$$\tau_0=8\,\mu\left(\frac{V}{D}\right)$$

نکته : برای جریان آشفته در حالت کلی، طبق روابط تجربی، رابطه بین افت انرژی و سرعت جریان به صورت زیر است:

$$\Delta H_T\propto V^{1.7\sim2}$$

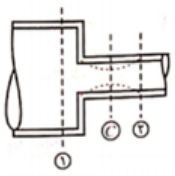
ب) افت انرژی موضعی:

در خطوط انتقال سیالات، در برخی ناط سرعت جریان از لحاظ مقدار و جهت تغییر می کند. این تغییر سرعت می تواند ناشی از انبساط یا انقباض مقطع باشد یا در اثر وجود خم ها، شیرفلکه و یاسایر اتصالات رخ دهد. در این حالت، مقداری از انرژی جریان تلف می شود که به آن انرژی موضعی (فرعی) می گویند و طبق رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\Delta H_C = K_m \frac{V^2}{2g}$$

K_m در رابطه بالا، ضریب افت موضعی است و تقریبا در تمام موارد (به جز حالت انبساط ناگهانی مقطع) به صورت تجربی یا از طریق آزمایش تعیین می شود:

۱- افت موضعی در اثر انبساط ناگهانی مقطع:



در این حالت، افت انرژی موضعی، طبق رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\Delta H_C = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$$

نکته: رابطه بالا را می توان به شکل رابطه کلی افت موضعی نیز درآورد:

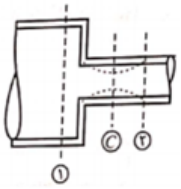
$$\Delta H_C = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} = \frac{(V_1 - \frac{A_1 V_1}{A_2})^2}{2g} = (1 - \frac{A_1}{A_2})^2 \frac{V_1^2}{2g} = K_1 \frac{V_1^2}{2g}$$

$$\Delta H_C = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} = \frac{(\frac{A_2 V_2}{A_1} - V_2)^2}{2g} = (\frac{A_2}{A_1} - 1)^2 \frac{V_2^2}{2g} = K_2 \frac{V_2^2}{2g}$$

توجه کنید در حالتی که لوله جریان وارد یک مخزن بزرگ می شود، نسبت $\frac{D_1}{D_2} = 0$ است و $K_1 = 1$ خواهد شد.

در این حالت افت انرژی به صورت $\frac{V_1^2}{2g}$ در می آید و به این مفهوم است که تمام انرژی جنبشی جریان تلف شده است.

۲- افت موضعی در اثر انقباض ناگهانی مقطع:



شکل روبرو انقباض ناگهانی در مقطع لوله را نشان می دهد. افت انرژی ناشی از انقباض ناگهانی با همان روشی که انبساط ناگهانی تحلیل شد بررسی می شود، به شرطی که مقدار انقباض جت معلوم باشد.

از قطع (۱) تا (C) که در آن انقباض به حداکثر مقدار خود رسیده است، ارتفاع فشاری به اتفاع نظیر سرعت تبدیل می شود و از مقطع (C) تا (۲)، مجددا ارتفاع نظیر سرعت به ارتفاع فشاری تبدیل می گردد. از آنجا که فرآیند تبدیل به ارتفاع فشاری به ارتفاع نظیر سرعت راندمان بالایی دارد، تلفات از مقطع (۱) تا (C) در مقایسه با تلفات از مقطع (C) تا (۲) بسیار کوچک خواهد بود. بنابراین تلفات از مقطع (C) تا (۲) را به عنوان افت موضعی ایجاد شده در این حالت، در نظر گرفته و مشابه رابطه ناگانی مقطع، می نویسیم:

$$\Delta H_C = \frac{(V_C - V_2)^2}{2g} = \frac{(\frac{V_2 A_2}{A_C} - V_2)^2}{2g} = (\frac{A_2}{A_C} - 1)^2 \frac{V_2^2}{2g}$$

نسبت مساحت جریان در مقطع C (مقطع منقبض = Vena Contracta) به مقطع ۲، ضریب انقباض نامیده می شود که آن را با C_C نمایش می دهند. با جایگذاری $C_C = \frac{A_C}{A_2}$ در رابطه افت موضعی، خواهیم داشت:

$$\Delta H_C = (\frac{1}{C_c} - 1)^2 \frac{V_2^2}{2g}$$

نکته: رابطه بالا به شکل فرم کلی رابطه افت موضعی است که در آن، ضریب افت موضعی برابر $K_m = \left(\frac{1}{C_C} - 1\right)^2$ می باشد. یکی از حالت های مورد توجه در تعیین K_m، زمانی است که سیال از مخزن به درون لوله وارد می شود. در این حالت ضریب افت موضعی، به شدت متأثراز شکل هندسی ناحیه ورودی است. به عنوان مثال اگر دهانه لوله لبه تخت باشد، $K_m = 0.5$ است و اگر دهانه لوله لبه گرد شود، $K_m = 0.01 - 0.05$ خواهد بود که در این حالت معمولا از افت موضعی صرف نظر می شود. در حالتی که دهانه لوله به داخل مخزن فرورفته باشد نیز، مقدار K_m را برای لوله های نازک بین $K_m = 0.8 - 1$ در نظر می گیرند.

۳- افت موضعی در اثر وجود اتصالات:

افت ناشی از اتصالات نیز، از رابطه کلی افت موضعی ($\Delta Hc = K_m \frac{V^2}{2g}$) محاسبه می شود که در آن V سرعت سیال در پایین دست محل اتصال است. برای هر یک از اتصالات، ضرایب افت تجربی متفاوتی ارائه شده است که در جدول زیر به برخی از آن ها اشاره شده است.

نوع اتصال	K_m
شیر بشقابی (کاملاً باز)	۱۰
شیر زاویه‌ای (کاملاً باز)	۵
شیر یک‌طرفه (کاملاً باز)	۲/۵
شیر کشویی (کاملاً باز)	۰/۱۹
زانویی استاندارد	۰/۹
زانویی با شعاع انحنای متوسط	۰/۷۵
زانویی با شعاع انحنای بزرگ	۰/۶
خم ۱۸۰°	۱/۸
سه راهی استاندارد	۲/۲

نکته: افت انرژی را درحالت کلی می توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\Delta H = \Delta H_T + \Delta H_C = (f\frac{L}{D} + \sum K_m)\frac{V^2}{2g} = \frac{8}{g\pi^2 D^4}(f\frac{L}{D} + \sum K_m)Q^2$$

نکته : اگر افت های موضعی کوچکتر یا مساوی ۵ درصد افت طولی باشند، می توان از آن ها چشم پوشی کرد. در حالت کلی، اگر به طور متوسط، طول لوله موجود بین هر دو افت موضعی ۱۰۰۰ برابر قطر لوله باشد، می توان از تلفات موضعی صرف نظر کرد.

نکته: افت موضعی را می توان بر حسب طول معادل، L_e نیز بیان کرد. طول معادل، طول لوله ای است که به ازای دبی یکسان، همان افت انرژی را ایجاد کند. بنابراین می توان نوشت:

$$\Delta H_T = \Delta H_C \Rightarrow f\frac{L_e}{D}\cdot\frac{V^2}{2g} = K_m\frac{V^2}{2g}$$

K_m می تواند مربوط به یک افت موضعی یا مجموع چند افت موضعی باشد، از رابطه بالا، L_e به صورت زیر به دست می آید:

$$L_e = \frac{K_m D}{f}$$

مثال ۵: m3/min ۳۶ هوا، در فشار atm ۱ و در دمای c ۳۰ در یک انبساط ناگهانی جریان دارد. قطر اولیه mm ۲۰۰ و قطر ثانویه mm ۴۰۰ است. تلفات را برحسب ژول بر نیوتن به دست آورید.

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{(\frac{۳۶}{۶۰})}{(\frac{\pi \times ۰/۲^۲}{۴})} = ۲۰\ m/s$$

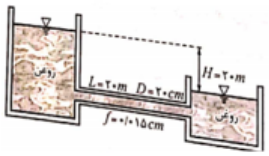
$$\Delta H_C = \frac{(V_1 - V_2)^۲}{۲g} = \left[۱ - (\frac{D_1}{D_2})^۲\right]^۲ \frac{V_1^۲}{۲g} = \left[۱ - (\frac{۰/۲}{۰/۴})^۲\right]^۲ \frac{۲۰^۲}{۲\times۱۰} = ۱۱/۲۵\ j/N$$

مثال ۶: در شکل زیر، روغن با چگالی نسبی S=0.8 و لزجت $\mu = 0.008\ pa.s$ در یک لوله چوبی جریان دارد. اگر لوله در محل خروج از مخزن داراری لبه تخت (K=0.5) باشد، با در نظر گرفتن تلفات موضعی،

الف)دبی جریان را تعیین کنید.

ب) اگر یک شیر فلکه در لوله نصب شود و طوری تنظیم وشد که دبی جریان نصف شود، ضریب افت موضعی آن چقدر است؟ (ضریب اصطکاک در این حالت ثابت می ماند.)

ج) طول معادل لوله برای شیر فلکه نصب شده را به دست آورید.



الف:

$$\Delta H = (f\frac{L}{D} + \sum K_m)\frac{V^۲}{۲g} \quad , \quad \sum K_m = K_{in} + K_{out}$$

$$۲۰ = (۰/۰۲۵ \times \frac{۲۰}{۰/۲} + ۰/۵ + ۱)\frac{V^۲}{۲\times۱۰} \Rightarrow V = ۱۰\ m/s$$

$$Q = V.A = (۱۰)(\frac{\pi \times ۰/۲^۲}{۴}) = ۰/۱\pi\ m^۳/s = ۳۱۴\ lit/s$$

ب:

$$\Delta H = (f\frac{L}{D} + \sum K_m)\frac{V^2}{2g} \quad , \quad \sum K_m = K_{in} + K_{out} + K_v$$

$$\begin{cases} 20 = (0/025 \times \frac{20}{0/2} + 0/5 + 1)\frac{V_1^2}{2g} \\ 20 = (0/025 \times \frac{20}{0/2} + 0/5 + 1 + K_v)\frac{V_2^2}{2g} \\ Q_2 = \frac{1}{2}Q_1 \Rightarrow V_2 = \frac{1}{2}V_1 \end{cases}$$

$$\longrightarrow 4V_1^2 = (4 + K_v)(\frac{V_1}{2})^2 \xrightarrow{V_1 = 10\, m/s} 4 \times 10^2 = (4 + K_v) \times 5^2 \Rightarrow K_v = 12$$

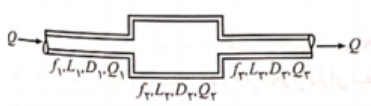
ج:

$$L_e = \frac{K_m \cdot D}{f} = \frac{K_v \cdot D}{f} = \frac{12 \times 0/2}{0/025} = 96\, m$$

سیستم های چند لوله ای:

الف) لوله های سری

وقتی چند لوله با زبری متفاوت طوری به هم متصل شوند که سیال ابتدا از یک لوله و سپس به ترتیب از بقیه لوله ها عبور کند، گوییم لوله ها به طور سری به هم متصل شده اند. در لوله های سری، دبی عبوری از تمام لوله ها یکسان است و تلفات (افت انرژی) با هم جمع می شوند.



$$\begin{cases} Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 \\ \Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 \end{cases}$$

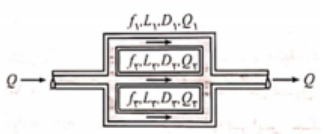
نکته: در لوله های سری، می توان یک لوله را با طول معادلی برحسب هر یک از لوله های دیگر جایگزین کرد. دو لوله را معادل گوییم. اگر دبی عبوری یکسان از آن ها باعث ایجاد افت طولی یکسان شود. به عنوان مثال، اگر یک لوله با مشخصات f_1 و L_1 و D_1 به صورت سری به لوله ای با مشخصات f_2 و L_2 و D_2 متصل باشد و بخواهیم لوله اول را با یک طول معادل برحسب لوله دوم بیان کنید، خواهیم داشت:

$$\Delta H_{T(1)} = \Delta H_{T(e_2)} \Rightarrow \frac{f_1 L_1 Q^2}{12/1\, D_1^5} = \frac{f_2 L_e Q^2}{12/1\, D_2^5} \Rightarrow \boxed{L_e = L_1 \frac{f_1}{f_2}(\frac{D_2}{D_1})^5}$$

L_e یا $L_{e(2)}$ ، طولی از لوله دوم است که جایگزین لوله اول شده است و باعث ایجاد افتی برابر با افت لوله اول می گردد

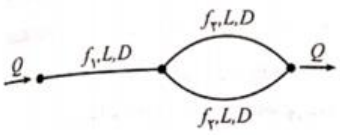
ب) لوله های موازی:

هرگاه چند لوله طوری به هم متصل باشند که مطابق شکل زیر، جریان ابتدا بین لوله ها تقسیم شود و سپس جریان ها دوباره به هم بپیوندند، گوییم لوله ها با یکدیگر موازی اند. در لوله های موازی، افت انرژی برای تمام لوله ها یکسان است و دبی ها با هم جمع می شوند.



$$\begin{cases} Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \\ \Delta H = \Delta H_1 = \Delta H_2 = \Delta H_3 \end{cases}$$

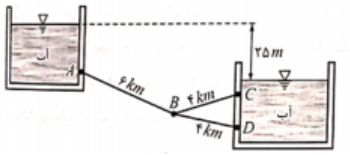
مثال ۷: لوله های به کار رفته در شکل مقابل دارای طول و قطر یکسان هستند. اگر بخواهیم لوله ای معادل از جنس لوله های موازی و با همان قطر استفاده کنیم، در این صورت طول معادل چقدر خواهد بود؟



$$\Delta H_{T(1)} + \Delta H_{T(2)} = \Delta H_{T(e_1)} \Rightarrow \frac{f_1 L Q^2}{12.1 D^5} + \frac{f_2 L (\frac{Q}{2})^2}{12.1 D^5} = \frac{f_2 L_e Q^2}{12.1 D^5}$$

$$\Rightarrow f_1 L + 0.25 f_2 L = f_2 L_e \Rightarrow L_e = (\frac{f_1 + 0.25 f_2}{f_2}) L$$

مثال ۸: در شکل مقابل، قطر کلیه لوله ها یکسان است. اگر حداکثر سرعت قابل قبول در لوله ها $\mathbf{m/s}$ ۲ باشد، قطر لوله ها را بر این اساس محاسبه کنید. مقدار $\mathbf{f = 0.025}$ است و از افت های موضعی صرف نظر می شود.



دولوله موازی **BC** و **BD** با یکدیگر مشابه اند، لذا می توان نوشت:

$$Q_{BC} = Q_{BD} = \frac{1}{2} Q_{AB}$$

چون قطر کلیه لوله ها یکسان است، رابطه فوق را می توان به صورت زیر درآورد:

$$V_{BC} = V_{BD} = \frac{1}{2} V_{AB}$$

حداکثر سرعت قابل قبول در لوله ها برابر $\mathbf{m/s}$ ۲ است و متعلق به لوله **AB** می باشد:

$$V_{AB} = 2\ m/s \ \Rightarrow\ V_{BC} = V_{BD} = 1\ m/s$$

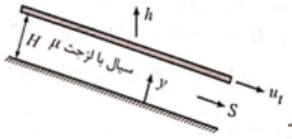
حال با توجه به اتصال سری لوله **AB** با لوله های **BC** و **BD** ، خواهیم داشت:

$$\Delta H = \Delta H_{AB} + \Delta H_{BC} = \Delta H_{AB} + \Delta H_{BD}$$

$$25 = 0.025\left(\frac{6000}{D}\right)\left(\frac{2^2}{2\times 10}\right) + 0.025\left(\frac{4000}{D}\right)\left(\frac{1^2}{2\times 10}\right) \ \Rightarrow\ D = 1.4\ m$$

جریان آرام بین صفحات موازی:

دو صفحه موازی را مطابق شکل در نظر بگیرید که جریان آرام، دائمی و تراکم ناپذیر سیال در بین آنها برقرار است. همان طور که در شکل ملاحظه می کنید صفحه بالایی با سرعت ثابت u_f حرکت می کند. در این حالت امتداد جریان را با **S** ، امتداد قائم را با **h** و امتداد عمود بر جریان را با **y** نشان می دهیم. فاصله هر نقطه سیال در امتداد عمود بر جریان تا صفحه ثابت است.



اگر معرف فشار سیال، **μ** لزجت دینامیکی سیال و **H** فاصله دو صفحه از هم باشد. در آن صورت ثابت می شود که پروفیل سرعت به صورت سهمی بوده معادله آن به شکل زیر است:

$$u = u_f\left(\frac{y}{H}\right) - \frac{1}{2\mu}\cdot\frac{d(P+\gamma h)}{dS}(Hy - y^2)$$

نکته: اگر توزیع فشار هیدرواستاتیک باشد، $\mathbf{p+\gamma h}$ ثابت بوده و جمله دوم معادله بالا برابر صفر باشد. در این حالت پروفیل سرعت به صورت خطی در می آید:

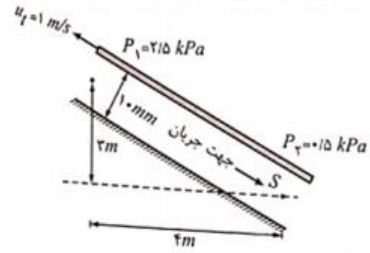
$$u = u_f\left(\frac{y}{H}\right)$$

نکته: اگر صفحات افقی باشند، **h** ثابت بوده و خواهیم داشت:

$$u = u_f\left(\frac{y}{H}\right) - \frac{1}{2\mu}\cdot\frac{dP}{dS}(Hy - y^2)$$

نکته: برای تعیین دبی عبوری از واحد عرض یک مقطع، از معادله سرعت نسبت به **y** انتگرال می گیریم و چنانچه بخاهیم تنش برشی در سیال را محاسبه کنیم. کافی است تا با مشتق گیری از معادله سرعت نسبت به **y** ، با استفاده از رابطه $\tau = \mu\frac{du}{dy}$ ، مقدار τ را به دست آوریم.

مثال ۹: در شکل زیر صفحه بالایی با سرعت ۱ m/s به طرف بالا حرکت می کند و بین دو صفحه نیز جریان آرام سیال ($\mu = 0.001 pa.s$, $\gamma = 10^4 N/m^3$) به سمت پایین برقرار است.



الف- پروفیل سرعت را به دست آورید.

ب- دبی در واحد عرض جریان را محاسبه نمایید.

ج- تنش برشی روی صفحه بالایی را تعیین کنید.

الف- مبنای اندازه گیری ارتفاع را در نقطه پایینی در نظر می گیریم:

$$\begin{cases} P_1 + \gamma h_1 = ۲۵۰۰ + ۱۰^۴ \times ۳ = ۳۲۵۰۰\ Pa \\ P_2 + \gamma h_2 = ۵۰۰ + ۰ = ۵۰۰\ Pa \end{cases} \longrightarrow \frac{d}{dS}(P + \gamma h) = \frac{۵۰۰ - ۳۲۵۰۰}{۵} = -۶۴۰۰\ N/m^۳$$

حال با توجه به اینکه H=0.01 m و Ut = 1 m/s است با جایگذاری این مقادیر، پروفیل سرعت محاسبه می شود:

$$u = u_t\left(\frac{y}{H}\right) - \frac{۱}{۲\mu}\frac{d(P+\gamma h)}{dS}(Hy - y^۲) \longrightarrow u = \frac{(-۱)y}{۰/۰۱} + \frac{۶۴۰۰}{۲\times ۰/۰۰۱}(۰/۰۱y - y^۲) \Rightarrow u = ۳۱۹۰۰y - ۳۲۰۰۰۰۰y$$

ب- دبی در واحد عرض به صورت زیر محاسبه می شود:

$$q = \int_۰^{۰/۰۱} u\,dy = \int_۰^{۰/۰۱} (۳۱۹۰۰y - ۳۲۰۰۰۰۰y^۲)\,dy = ۱۵۹۵۰y^۲ - \frac{۳۲۰۰۰۰}{۳}y^۳ \Big|_۰^{۰/۰۱} = ۰/۰۵۳\ m^۳/s.m$$

ج- برای تعیین تنش برشی روی صفحه بالایی می نویسیم:

$$\left.\frac{du}{dy}\right|_{y=۰/۰۱} = ۳۱۹۰۰ - ۶۴۰۰۰۰y\Big|_{y=۰/۰۱} = -۳۲۱۰۰\ rad/s$$

$$\tau = \mu\frac{du}{dy} = (۰/۰۰۱)(-۳۲۱۰۰) = -۳۲/۱\ Pa$$

مقدار بالا تنش برشی وارد به سیال است. بنابراین تنش برشی وارد به صفحه 32.1 pa و به طرف پایین است.

نیروی مقاومت سیال

نیروی دراگ و لیفت:

نیروهایی که به اجسام متحرک در سیال وارد می شود.

جسمی را در نظر بگیرید که در معرض جریان یک سیال ایده آل قرار گرفته است. در این حالت هیچگونه نیرویی از طرف سیال به جسم وارد نمی شود. ولی اگر سیال حقیقی باشد، نیرویی در امتداد جریان بر جسم وارد می شود که به آن نیروی دراگ می گوییم.

نیروی دراگ در حالت کلی از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$Drag = \frac{1}{2} C_D \rho A V^2$$

در این رابطه:

V :سرعت نسبی سیال و جسمکه اصطلاحا سرعت نزدیکی امیده می شود.

ρ : دانسیته سیال

A : سطح مواجهه که به صورت زیر تعیین می شود:

الف) برای اجسامی با بدنه موازی با جریان (نظیر بال هواپیما)، A مساحت سطح مورد نظر می باشد.

ب) برای سطوح گوشه دار و غیر مسلح (نظیر پایه پل، دودکش، صفحات دایره ای و مستطیلی و غیره)، A مساحت مقطع عمود برجریان می باشد.

C_D : ضریب دراگ که با توجه به شکل جسم، زبری سطح و عدد رینولدز جریان تعیین می شود.

نیروی لیفت نیز مشابه نیروی دراگ است، با این تفاوت که در امتداد عمود بر جریان وارد می شود. مقدار نیروی لیفت به صورت زیر محاسبه می شود:

$$Lift = \frac{1}{2} C_L \rho A V^2$$

C_L در این رابطه، ضریب لیفت است.

مثال: یک دودکش استوانه ای به ارتفاع ۹۰ متر و قطر ۱۵ متر د رمعرض جریان باد با سرعت ۱۰۰ km/h قرار می گیرد. اگر ضریب دراگ در این حالت برابر ۰.۵ باشد و بدانیم $P_{air} = 1.2\ kg/m^3$ است نیروی دراگ وارد بر دودکش چقدر است؟

$$Drag = \frac{1}{2} C_D \rho A V^2 = \frac{1}{2} \times ۰/۵ \times ۱/۲ \times (۹۰ \times ۱۵) \times \left(\frac{۱۰۰}{۳/۶}\right)^2 = ۳۱۲۵۰۰\ N$$

قانون اسوکس و سرعت حد:

جسمی کروی را در نظر بگیرید که در یک سیال ساکن سقوط می کند. نیروهای وارد برجسم در این حالت، نیروی وزن، شناوری و دراگ می باشند. طبق قانون استوکس، برای اعداد رینولدز کوچک (کمتر از یک)، مقدار نیروی دراگ در این حالت برابر است با:

$$Drag = ۳\pi\mu VD$$

مدتی پس از سقوط جسم کروی در سیال ساکن، نیروها متعادل می شوند و جسم به سرعت حد می رسد. در این حالت تعادل نیروها مانند زیر است:

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow F_B + Drag = W \Rightarrow (\frac{\pi D^۳}{۶})\gamma_F + ۳\pi\mu VD = (\frac{\pi D^۳}{۶})\gamma_S$$

$$\Rightarrow \boxed{V = \frac{D^۲}{۱۸\mu}(\gamma_S - \gamma_F)}$$

نکته: در صورتی که عدد رینولدز کوچک نباشد، مجاز به استفاده از قانون استوس نیستیم. در این حالت نیروی دراگ بایستی برحسب ضریب دراگ بیان شود و سرعت حد نیز بر همین اساس محاسبه شود.

مثال: کره های فلزی کوچکی به چگالی ۴.۵ و قطر ۰.۳ میلی متر در نفت خام ($S = 0.9$) سقوط می کنند. سرعت حد سقوط ذرات چقدر است؟ لزجت نفت خام برابر $\mu = 9 \times 10^{-3}\ pa.s$ است.

ابتدا فرض می کنیم که عدد رینولدز کوچکتر از یک است، بنابراین با استفاده از قانون استوکس خواهیم داشت:

$$V = \frac{D^۲}{۱۸\mu}(\gamma_S - \gamma_F) = \frac{(۰/۳\times۱۰^{-۳})^۲}{(۱۸)\times(۹\times۱۰^{-۳})} \times (۴/۵ - ۰/۹)\times۱۰۰۰۰ = ۰/۰۲\ m/s$$

$$Re = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{(۹۰۰)(۰/۰۲)(۰/۳\times۱۰^{-۳})}{۹\times۱۰^{-۳}} = ۰/۶ < ۱$$

پس فرض اولیه صحیح بوده است.

تمرین۱: مایعی با ویسکوزیته سینماتیکی $\nu = 3.2 \times 10^{-4} m^2/s$ در یک به قطر ۱۰ سانتی متری جریان دارد. اگر دبی جریان lit/s ۱۲ باشد، سرعت ماکزیمم در مقطع لوله چند m/s است؟

سرعت متوسط جریان

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{۱۲ \times ۱۰^{-۳}}{\frac{\pi \times ۰/۱^{۲}}{۴}} = \frac{۴/۸}{\pi} = ۱/۶ \ m/s$$

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{۱/۶ \times ۰/۱}{۳/۲ \times ۱۰^{-۴}} = ۵۰۰ < ۲۰۰۰$$

جریان آرام است.

در جریان آرام در لوله ها، سرعت ماکزیمم مقطع ۲ برابر سرعت متوسط است. بنابراین می توان نوشت:

$$V_{max} = ۲V = ۲ \times ۱/۶ = ۳/۲ \ m/s$$

تمرین۲ : جریان آرام مایعی با شدت m3/s ۰۰۱۵ در لوله ای به قطر ۱۰ سانتی متر برقرار است. مقدار سرعت در فاصله ۲ سانتی متری از جدار لوله، چند متر بر ثانیه است؟

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{۰/۰۱۵}{\frac{\pi \times ۰/۱^{۲}}{۴}} = \frac{۶}{\pi} = ۲ \ m/s \ \Rightarrow \ u_{max} = ۲V = ۲ \times ۲ = ۴ \ m/s$$

r = 5 – 2 = 3

$$u = u_{max}\left(۱ - \frac{r^{۲}}{R^{۲}}\right) = ۴\left(۱ - \frac{۳^{۲}}{۵^{۲}}\right) = ۲/۵۶ \ m/s$$

تمرین ۳: در یک خط لوله انتقال نفت (با ویسکوزیته سینماتیکی 0.0002 m2/s و دانسیته 900 kg/m3)، افت انرژی در واحد طول لوله برابر ۰.۴۸ می باشد. اگر قطر لوله برابر ۸ سانتی متر باشد، در آن صورت سرعت متوسط جریان چقدر است؟

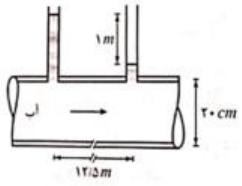
فرض می کنیم جریان آرام است و از رابطه هاگن-پوازی استفاده می کنیم:

$$\begin{cases} V = \dfrac{\Delta H\,\gamma D^2}{32\,\mu L} \\ \mu = \rho\nu = 900\times 0/0002 = 0/18\ Pa.s \end{cases} \longrightarrow \quad V = \frac{0/48\times 9000\times 0/08^2}{32\times 0/18\times 1} = 4/8\ m/s$$

فرض ما مبنی بر آرام بودن جریان صحیح بوده است.

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{4/8\times 0/08}{0/0002} = 1920 < 2000$$

تمرین۴ : دبی عبوری از لوله نشان داده شده در شکل زیر چقدر است؟ (g = 10 m/s2 , π = 3 , f = 0.02)



$$\Delta H_T = \left(\frac{8}{\pi^2 g}\right)\left(\frac{fLQ^2}{D^5}\right) \ , \ \Delta H_T = \Delta H = 1\ m$$

$$1 = \left(\frac{8}{3^2\times 10}\right)\left(\frac{0/02\times 12/5\times Q^2}{0/2^5}\right) \Rightarrow Q = 0/12\ m^3/s = 120\ lit/s$$

تمرین ۵: آب با سرعت $3\ cm/s$ در یک لوله افقی به قطر ۴ سانتی متر جریان دارد. مقدار افت فشار بر واحد طول لوله چقدر است؟ (ویسکوزیته سینماتیکی آب $10^{-6}\ m^2/s$ است و $\rho_w = 1000\ kg/m^3$)

ابتدا عدد رینولدز را تعیین می کنیم تا رژیم جریان مشخص شود:

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{۰/۰۳ \times ۰/۰۴}{۱۰^{-۶}} = ۱۲۰۰ < ۲۰۰۰$$

جریان آرام است.

حال با استفاده از رابطه هاگن-پوازی داریم:

$$\Delta H = \frac{۳۲\mu VL}{\gamma D^۲} \xrightarrow[\gamma \Delta H = \Delta P]{\text{لولهٔ افقی}} \Delta P = \frac{۳۲\mu VL}{D^۲} \ ,\ \mu = \rho\nu$$

$$\Delta p = \frac{(۳۲)(۱۰۰۰ \times ۱۰^{-۶})(۰/۰۳)(۱)}{۰/۰۴^۲} = ۰/۶\ Pa$$

تمرین ۶ : قطر لوله آهنی گالوانیزه ای ($\varepsilon_G = 0.15\ mm$) را طوری تعیین کنید که ضریب اصطکاک آن در عدد رینولدز ۱۰۰۰۰۰ با ضریب اصطکاک لوله چدنی ($\varepsilon_{CI} = 0.15\ mm$) به قطر ۳۰۰ میلی متر برابر باشد.

$$\begin{cases} f_{CI} = f_G \\ Re_{CI} = Re_G \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)_{CI} = \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)_G \Rightarrow \frac{۰/۲۵}{۳۰۰} = \frac{۰/۱۵}{D_G} \Rightarrow D_G = ۱۸۰\ mm$$

تمرین ۷: دو لوله صاف با طول برابر موجودند. قطر لوله اول، نصف قطر لوله دوم می باشد و عدد رینولدز برای هر دو لوله یکسان است. در صورتی که از هر دو لوله، آب با دمای یکسان عبر کند، نسبت افت انرژی طولی در لوله اول به لوله دوم چقدر است؟

$$Re_۱ = Re_۲ \Rightarrow \begin{cases} f_۱ = f_۲ \quad (\text{لولهٔ صاف}) \\ \dfrac{V_۱ D_۱}{\nu_۱} = \dfrac{V_۲ D_۲}{\nu_۲} \xrightarrow{\nu_۱ = \nu_۲} \dfrac{V_۱}{V_۲} = \dfrac{D_۲}{D_۱} \end{cases}$$

$$\frac{\Delta H_{T(۱)}}{\Delta H_{T(۲)}} = \frac{f_۱ L_۱ V_۱^۲ D_۲}{f_۲ L_۲ V_۲^۲ D_۱} \xrightarrow[L_۱ = L_۲]{f_۱ = f_۲} \frac{\Delta H_{T(۱)}}{\Delta H_{T(۲)}} = \frac{V_۱^۲ D_۲}{V_۲^۲ D_۱} = \left(\frac{D_۲}{D_۱}\right)^۳ = ۲^۳ = ۸$$